

并行计算环境与有限元分析并行算法

李晓梅

程建钢 李明瑞

(国防科技大学, 长沙 410073)

(北京农业工程大学, 北京 100083)

[摘要] 本文介绍了并行计算机硬软件研究的最新成果; 讨论了有限元分析并行算法研究的现状与趋势, 并对国内开展这方面研究提出了几点建议。

[关键词] 超级计算机, 并行计算, 有限元分析, 并行算法

促使有限元并行算法发展有三个因素: 其一, 高性能计算机的发展为有限元并行算法发展提供了硬件支持; 其二, 在力学、数学、结构分析和计算机软件专家的结合下, 大批优秀并行计算方法问世; 其三, 在高性能计算机上建立了一批并行软件及其开发工具, 为有限元并行算法发展提供了软件支持。

1 并行计算硬件环境

高性能计算机从70年代初诞生以来的20多年间, 从分布式主存SIMD阵列机(如ILLIAC TV)发展到向量机(如1978年的Cray-1), 继而发展到共享主存的并行向量机(如1983年的Cray X-MP), 再发展成为分布主存的大规模并行处理机(MPP机, Massively Parallel Processors), 已经历四个阶段。众所周知, 并行巨型机以其功能强、性能高、规模大、具有巨大的数值计算能力和数据处理能力, 因而, 今后定会在科学与工程计算中发挥巨大作用。

1.1 共享主存并行巨型计算机

国际上典型产品有: (1) 美国Cray公司生产的Cray系列机。1978—1992年, 陆续推出Cray-1, Cray X-MP, Cray Y-MP, 和Cray Y-MPC90。C90的峰值性能为24000 MFLOPS, 这是共享主存并行巨型机最成功机种; (2) 美国Convex公司生产的C系列机。1984—1991年, 陆续推出C₁₂₀, C₂₂₀, C₂₃₀, C₂₆₀和C₃₈₀₀。C₃₈₀₀的峰值性能为1000 MFLOPS; (3) 日本富士通公司生产的VP系列机。1982—1990年间推出VP100, VP200, VP400和VP2000。VP2000的峰值性能为4000 MFLOPS; (4) 日本电气公司生产的SX系列机: 1983—1992年推出SX-1, SX-2, SX-3, SX-3R, 后者峰值性能为25.6 GFLOPS; (5) 日本日立公司生产的S系列机。1982—1987年推出S-810/5, S-810/10, S-810/20和S-820/80, 峰值性能已达3000 MFLOPS; (6) 美国CDC公司生产的ETA-10, 峰值性能为10000 MFLOPS。

我国的典型产品有: (1) 国防科大计算机研究所生产的YH系列机有1983年的YH-1和1992年的YH-2, 其峰值性能为400 MFLOPS; (2) 某研究所1983年推出的神州1, 峰值性能为每秒1亿次; (3) 中科院计算所1992年推出曙光1号, 正研制曙光2号。

本文于1994年3月22日收到。

1.2 分布主存并行巨型计算机

共享主存的体系结构对增加处理机数目有严格限制,提高主频的速度技术难度大。80年代中、后期,微处理机有了突破进展,成本低,性能好,可做成性能价格比高的系统,使分布主存大规模并行巨型机有了很大发展,产品很多,国际上典型产品有:(1)美国 Thinking Machines 公司生产的 CM 系列机:早期产品是 CM-1, CM-2, 1991 年推出性能更高的 CM-5,它是 SIMD 与 MIMD 相结合机器,最多可由 16000 个结点机组成,单结点峰值性能为每秒 1 亿次(即 1000 GFLOPS),现已做成的是 1024 结点机产品;(2)美国 nCUBE 公司生产的 nCUBE 系列机:早期产品是 nCUBE1。1991 年推出 nCUBE2,是 MIMD 机,采用自己设计的 64 位标量机,系统最多有 8192 个结点机,最高峰值性能为每秒 270 亿次,目前实际上做成的是 1024 结点机系统。1993 年该公司宣布研制 nCUBE3,与 nCUBE2 比较,单处理机性能由 20 兆提高到 50 兆,维数由 13 扩充到 16,系统最多有 65536 个结点机,峰值性能每秒可达 6.5 万次浮点结果,显然,这是迎战美国 HPCC 计划;(3)美国 Intel 公司生产的 MPP 系列机:早期产品有 iPSC/860, iWARP。1991 年推出 Touchstone Delta,是 528 个结点机,每秒 320 亿次。目前新产品有 Paragon XP/S,是 MIMD 机,结点机是本公司自己研制的高档微处理器 i860 XP,系统最多有 4096 个结点机,峰值性能每秒 3000 亿次;(4)美国 Convex 公司生产的 MPP 系列机:1992 年的第一期产品为 Meta 系列,它由 Convex C 系列机与 HP 公司的高性能 PA-RISC 处理机连结,是并行异构的虚拟机系统。最新的 SSP-1 样机,由 1—16 个结点机组成,而每个结点机由 4—8 个 PA-7100 处理机组成,系统最多有 128 个处理机,峰值性能每秒 256 亿次;(5)美国 CRAY 公司生产的 T-3D 并行机:系统采用本公司硬、软件,DEC 公司的 AHH 微处理机以及 Motorola 公司的逻辑芯片联合构成,1993 年 9 月宣布研制成功,结点机最多可达 2048 点,峰值性能每秒 3000 亿次;(6)美国 Kendall Square 公司生产的 KSR 系列机:第一代产品是 KSR-1,现已推出 KSR-2,采用自行设计的 64 位超标量微处理机,属于虚拟存贮共享系统。系统最多可达 1088 个处理机,峰值性能达每秒 435 亿次。

最近,美国加利福尼亚大学的 David Culler 等人发表了一种新的并行计算模型—— $\text{Log } p$,通过处理机个数(p)、通信带宽(g)、通信延迟(L)和处理机用于通讯开销(O)几个参数,抽象地描绘了并行计算机。它抓住了分布存贮并行计算机的瓶颈,通过 L , O , g 和 p 几个参数反映了系统的共同特性,从而提供了设计适于多种并行机的并行算法手段,又指导着并行机设计者改善其系统结构。

我国 MPP 产品非常少,只有由 244 台微处理机连成的系统,其峰值性能为每秒 10 亿次。此外,用 Transputer 做结点机的系统规模比较小,一般由 4—16 个结点机连成,属研究用实验性小系统。但是,目前已有不少单位正在研制 MPP 机,可望很快推出一些典型产品。

2 并行计算软件环境

对于并行巨型机来说,并行软件好坏对用户程序效率发挥影响很大,它比串行机上影响要大得多。并行软件主要包括下列几部分:

2.1 并行操作系统 一般要求操作系统能支持多道程序、批处理、全局资源管理和调度、扩大交互功能、支持超大文件和网络文件系统、实现高速和并行 I/O 等,以确保用户程序高效运行。目前有四种典型操作系统,即 UNIX, WINDOWS NT, OS/2 和 Mach like。其共同特点是

适应 PC 和 workstation, 多用户, 支持网络计算等。UNIX 自 1969 年问世以来, 以其核心程序紧凑、功能强、良好的系统开发环境、可移植性以及用户界面的灵活性等优点, 为众多的计算机用户和计算机软、硬件厂商所接受, 已成为工业标准。1985 年, 美国 Cray 公司率先在其巨型机 Cray X-MP 上采用了基于 UNIX 和 UNICOS 操作系统。目前几个比较著名的大规模并行处理系统, 如 CM-5, nCUBE, T-3D 等采用的操作系统均是基于 UNIX 系统。作为 90 年代的新一代操作系统, WINDOWS NT 以其能很快适应各种硬环境和提供多种应用程序设计接口, 采用了微内核的思想, 实现对象管理以及支持多种文件系统等突出特点而倍受用户关注。

2.2 语言编译器 国外并行巨型机的早期做法是完全采用标准的串行语言, 不对其做任何扩充, 而是在用户程序中通过调用通讯和并行库来实现消息传递式的并行程序设计。近年来, 则采用数据并行方式来扩充现有的标准语言而成为扩充的并行语言。目前数据并行 FORTRAN 已有 CM-5 的 CM FORTRAN; Paragon 和 nCUBE3 的 FORTRAN, FORTRAND, Vienna FORTRAN; 和试图作为标准的 High Performance FORTRAN 等几个文本。它们均包括了 FORTRAN-77 的全集, FORTRAN90 的全集或子集 (数组运算), 再加上数据并行的扩充。数据并行 C 已有 CM-5 的 C*, IBM 的 PC 和 nCUBE3 的 Data Parallel C 等几个文本, 而 High Performance C 也在研究中, 试图把它作为数据并行 C 语言的标准。数据并行 C 一般基于 ANSI C 标准, 再加上数据并行的扩充。对于某些并行机来说, 也有其特定的高级语言, 如 Transputer 机上的 OCCAM 语言等。

2.3 并行数据库 并行巨型机发展到今天, 已形成各种档次和规模系列机, 其应用领域已从科学计算发展到了商业、金融、保险、军事和各种管理系统中。因此并行处理技术引入数据库领域已形成必然趋势。

70 年代初就已开始并行数据库的研制, 那时主要利用多个硬件部件实现数据库操作的并行化。70 年代末, 人们开始研究用多盘和多处理机实现并行数据库系统。其中, 比较成功的系统有 Teradata 公司的 DBC/1012, Tandem 公司的 Nonstop SQR 系统以及 Gamma 系统。从目前的技术水平和应用情况看, 并行数据库已建立在通用或多用途的并行计算机上, 最成功的系统是在 nCUBE2 上实现的 Oracle 关系数据库 nCUBE/Oracle V7。另外, 在 Cray 系列机上也实现了几个关系数据库系统, 如 1991 年底运行在 Cray X-MP 和 Cray Y-MP 上的 Ingres Release 6, 实现运行于 Cray X-MP, Cray-2 和 Cray Y-MP 机上的 Informix 系统。

2.4 图形软件与科学计算可视化系统 图形软件研制起源很早, 目前已趋于成熟, 在国际上已建立了标准图形核心系统 GKS。而将图形图象技术与科学计算结合作为一个专门研究领域——科学计算可视化, 则是在 80 年代后期开始的。推动这一进展的因素主要来自两个方面: 一是图形图象技术发展已有足够能力为科学计算提供强有力的显示手段; 另一是科学计算, 尤其是超级计算的发展迫切要求以图形图象技术作为一个不可少的手段来帮助和理解计算, 同时用来进行视算通讯。正因为如此, 科学计算可视化一提出, 立即引起国际的广泛重视, 一些发达国家投入大量资金和人力进行该领域的研究、应用和服务。如: 美国 Los Alamos 国家实验室建立了科学可视化工作台, 使超级计算机上模拟或计算产生的数据可视化图象经过高速通道传到帧缓冲器进行实际显示; 美国的 Lawrence Livermore 国家试验室开展了高级可视化研究项目, 着重并行图形算法研究和可视化软件集成; 美国 NCSA 超级计算机应用中心开发了一系列可视化软件工具, 为用户制作高质量的科学动画或录像, 同时把三维可视化从批处理

扩展到交互方式,并实现在高性能分布式环境中对超级计算与模拟的交互驾驭;美国的 NASA Ames 研究中心开发了 Plot 3D, Surf, GAs, FAST 和 RIP 等可视化应用软件,对空气动力学和流体力学进行了研究;美国海军研究实验室已在海洋物理、电子作战、分子模型构造、水底声学以及雷达等领域提供了数据可视化手段。这一方向已成为 90 年代计算机科学与计算科学的研究热点。

2.5 环境工具软件 环境工具软件研制对提高并行计算机性能和帮助用户优化程序,快速而准确地查找并行程序中的问题起着重要作用。因此,各巨型机研制公司都把环境工具软件研制放到应有位置,并投入大量资金和人力。

目前国内外环境工具软件研制重点放在程序优化重构工具、调试工具、程序性能分析工具,帮助用户选择最佳算法和数据结构的并行化专家系统,以及包括文件管理、资源管理和信息管理的项目管理软件,此外,还要为并行计算机配制一定数量的通用并行数学软件库和数值软件解题环境与软件工具。环境工具软件目前比较成功的有 Cray 机上的 MTDBX, CM-5 机上的 DBX 以及 nCUBE 机上的 nDBX 等。对于通用并行数学软件库来说,目前典型产品有 LINPACK 和 EISPACK,而数值软件解题环境的典型产品则是 ILLPACK 解题环境。

3 有限元并行计算方法研究现状与发展

自从美国 NASA 的 A. K. Noor 在 1975 年发表第一篇有限元并行计算论文以来,有限元并行处理技术几乎与并行计算机发展基本同步。据不完全统计^[1],到 1993 年年底,国内外已发表 700 余篇研究报告,在内容上,也由过去的单纯算法研究发展到算法、软件和硬件相结合,并针对一些机型,开发了一些实用的大型结构分析软件。

3.1 软硬件结合的有限元并行计算研究

(1) 有限元机器 FEM^[2] 1982 年, NASA Langley 研究中心设计的供研究使用的 FEM, 由一个处理器阵列、一个作为控制器的微机和一个并行操作系统与一些模块化了的通用并行算法程序组成,用户使用系统的文本编辑器和控制器的其它特殊功能,能建立有限元计算模型与分析。以后虽又有人对此做了很多努力,但 FEM 的发展前景并不太乐观。

(2) 并行机网络与工作站网络 日本东京大学矢川等人^[3]借助高速网络,把三台 Cray Ymp 并行机连成网络,进行有限元分析,方程求解采用的是共轭梯度法 (CGM),在求解三维弹性问题时,自由度超过了 100 万个,系统平均运行速度高达 1.74 GFLOPS。另外,他们还基于一个工程工作站网络,在并行环境下进行了类似工作,求解问题的自由度高达 20 万个。

(3) 心动阵列并行机^[4] 心动阵列机主要应用于信号和图像的并行处理,因其高效的矩阵计算功能,近年来,有人企图把它应用于有限元分析,并做了一些有益的尝试。

(4) 巨型向量机 CM 系列 巨型向量机在有限元分析中越来越显示出巨大的威力,机型以美国思维公司的 CM 系列处于领先。许多结构分析家把这个具有 65536 个处理器的巨型向量机应用于有限元计算。如 T. Belytschko 等人,采用显式方法,完成了具有 32768 个单元的壳非线性有限元计算,并行效率极高,速度几乎比 CRAY X-MP/14 并行机高出一个数量级^[5]。

(5) 映射问题 在多处理器系统,处理器间的拓扑互连结构直接影响算法的设计与效率以及处理器性能的发挥。对有限元问题,希望把其网络结构与处理器互连结构结合考虑,使得算法高效,处理器间通信量小,这就是映射问题。C. Farhat 针对 MIMD 和 SIMD 并行机,设

计了两种试探算法,并分别在具有1024个处理器的NCUBE并行机和CM-2并行机上实施。结果表明,都能明显降低通讯量和通讯带宽^[6]。

(6) HPT (Hierarchical Ploy Tree) 结构 HPT多级树结构作为专门解决计算力学问题,最早是J. Padovan在1989年提出的。试图把它同力学中的多级子结构结合起来,提高有限元求解效率。后来他们还进一步研究了适合有限元的求解的最优HPT结构组成及其有关算法^[7]。

3.2 有限元计算的并行算法研究

(1) 静力分析: 1) 直接并行算法。一种是子结构直接并行算法^[8],即在生成子结构刚度矩阵的同时,并行地对子结构内部结点方程进行静凝聚,组集界面刚度矩阵并求解界面位移,最后并行回代求解内点位移和应力。该方法力学意义明确,并行效率高,并能充分利用已有的串行程序。但该方法处理器间通讯问题比较突出;另一种直接解法是仅在计算工作量极大的有限元方程求解时,采用一些求解并行直接算法,如Gauss消去法等。事实上,联合使用这两种方法更为有效。此外,文[9]针对薄壳静力分析,提出了基于Ritz法的并行能量算法。文[10]基于MIMD系统,提出了一种并行波前求解器。2) 迭代并行算法。这类方法同步运算少或基本完全异步控制,且易发挥并行机向量处理功能。目前比较好的算法有基于EBE技术的PCG法^[11],以及基于多色理论的SOR法^[12]。

(2) 动力分析: 1) 动力响应问题。研究比较多的是直接积分法。Ronfu Ou等在共享存储器MIMD环境下,实现了常见积分法的并行处理,并讨论了它们的并行效率,其中在对角质量矩阵和阻尼矩阵情况下,中心差分法最好^[13]。K. N. Chiang首次针对冲击问题,分别在两种类型的MIMD机上实现了中心差分法和Newmark法的并行化,发现数据通讯成为提高并行效率的瓶颈^[14]。P. Smolinski在分布式MIMD机上,实现了并行多步积分法^[15]。文[16]在对常见积分算法分析的基础上,首次提出了并行混合积分法,指出下一代的动力分析有限元系统将建立在混合时间积分、混合方程求解以及对单元矩阵和非线性力向量生成的混合并行算法基础上。这里还值得一提的是Ortiz方法是M. Ortiz在1986年基于DDT提出在子区域内利用隐式积分法求得响应后,再在界面取平均值近似获得整个系统响应。但在1988年,J. F. Hajjar等发现该方法精度不够。1991年,J. K. Bennighof提出了一种改善精度的有效修正法^[17]。关于振型迭加法,J. C. Luo基于他早些时候提出的隐式分解法(Luo方法),在文[18]中初步实现了并行振型迭加法,但初值选取凭直观感觉,对计算结果的影响尚不清楚。2) 结构固有特性分析。目前研究成果较少,S. W. Bostic曾利用移轴的技巧,对Lanczos法求解特征值进行了并行化处理^[19]。在这方面,国内外计算数学方面的学者已提出了许多好的算法,值得借鉴。

3.2 我国现状和建议

并行算法的设计和有效实现强烈地依赖于并行机的硬软件环境。由于国内仅极少数单位拥有并行机,且机型杂乱,致使不仅投入的研究人员少、起步晚,而且局限在特定的硬件环境下。下面介绍一些主要研究成果。

(1) 重庆大学张汝清教授等在ELXSI-6400共享存储器型MIMD系统上,先后开展了范围较为广泛的并行算法研究,主要成果有^[20]: 1) 提出了静力分析中子结构解法的并行算法,以及动力分析中模态综合子结构法的并行算法; 2) 从波前法出发,发展了多波前并行算法,求解大型结构分析问题; 3) 从Jacobi块迭代法和加权残数法出发,导出了基于异步控制的有限元方程并行解法和有限元并行迭代的基本格式; 4) 利用图论中的着色理论,建立了刚度矩阵

计算的并行实现; 5) 实现了基于有色线剖分的 SOR 并行迭代解法; 6) 实现了子空间迭代法、Lanczos 法以及利用多项式割线迭代法和矢量逆迭代法求解结构固有频率和模态的并行算法; 7) 针对弹塑性分析, 提出了一种多波前子结构并行算法; 8) 针对弹性接触问题, 提出了一种基于参数变分原理的并行解法; 9) 实现了一步积分法的并行处理。此外, 还对子结构法并行计算效能进行了分析。

(2) 南航周树荃教授等在银河 I 向量机上, 实现了刚度矩阵计算, 对称带状矩阵的 Cholesky 分解, 以及线性方程组的求解等并行处理。针对不规则结构工程分析问题, 他们还采用了变带存贮, 并实现了刚度矩阵的并行计算以及求解变带宽稀疏线性方程组的并行直接解法。在动力分析方面, 提出并实现了半隐式 R-K 型并行直接积分法^[21]。此外, 基于 EBE 技术, 还实现了 PCG 方法和 Lanczos 方法^[22]。

(3) 中科院计算中心王荃研究员等在基于 Transputer 芯片的分布式 MIMD 系统上, 提出了有限元分析中变带宽线性方程组的并行直接解法^[23], 初步完成了一个静力分析程序。

(4) 南航乔新教授等在基于 Transputer 芯片的分布式 MIMD 系统上, 实现了有限元方程组的并行直接解法, 并提出基于子结构的预处理共轭梯度法的并行计算^[24]。

(5) 浙江大学姚坚等在基于 Transputer 芯片的分布式 MIMD 系统上, 实现了时间域多步积分法的并行计算, 并将其应用于弹性圆拱动力稳定性分析^[25]。

总之, 国内在研究内容上, 面似乎很广, 但系统性和深入的程度还很不够, 软件开发距实际应用和商品化还有很大距离, 对不依赖并行机具体环境的通用并行算法研究很少, 对旨在进行结构有限元分析的并行计算的硬件研究目前尚处于空白。

为使国内尽快赶上和达到国外先进水平, 笔者建议: 1) 广泛查阅资料, 建立有限元并行计算研究文献检索数据库; 2) 消化、吸收和整理国外的优秀算法和研究方法, 避免重复性研究; 3) 组织有关专家制订有限元并行计算研究的发展规划; 4) 对较成熟的商用并行机, 建立并行计算模型, 使有限元新算法的研究基础比较牢靠; 5) 面向工程实际, 面向分析软件产品的设计; 6) 从算法、软件和硬件多方位开展研究; 7) 借鉴计算数学领域内的有关并行算法研究成果; 8) 由政府部门协调, 组织包含力学、数学和计算机科学等多学科的专家协同攻关, 向这一高技术研究领域进军。

参 考 文 献

- [1] 程建钢. 1975—1993 年国内外有限元并行算法研究文献数据库 (内部报告). 1993.
- [2] Storaasli O, Ransom J. Structural Dynamic Analysis on a Parallel Computer: the Finite Element Machine. Comput. Struc., 1987, 26 (4): 551—559.
- [3] Yagawa G, Yoshoka A, Yoshimura S. Parallel Finite Element Method with a Supercomputer Network. Comput. Struc., 1993, 47 (3): 407—418.
- [4] Hammond S W and Law K H. Architecture and Operation of a Systolic Engine for Finite Element Computations. Comput. Struc., 1988, 30 (1/2): 365—374.
- [5] Belytschko T. SIMD Implementation of a Non-linear Transient Shell Program with Partially Structured Meshes. Int. J. Numer. Method Eng., 1992, 33 (5): 997—1026.
- [6] Farhat C. On the Mapping of Massively Parallel Processors onto Finite Element Graphs. Comput. Struc., 1989, 32 (2): 347—353.

- [7] Padoven J and Gute D. Multi-Level Hierarchical Poly Tree Computer Architectures. *Comput. Struc.*, 1990, **34** (5): 685—713.
- [8] Adeli H, Kamal O. Concurrer Analysis of Large Structures——(I) Algorithms. *Comput. Struc.*, 1992, **42** (3): 413—424.
- [9] Qatu M S, Bataineg A M. Structural Analysis of Shallow Shells on the CRAY Y-MP Supercomputer. *Comput. Struc.*, 1992, **45** (3): 453—459.
- [10] Weiping Zhang, Lui E M. A Parallel Frontal Solver on the Alliant FX/80. *Comput. Struc.*, 1991, **38** (2): 203—215.
- [11] Coutinho A L G A, Aleves J L D, Landau L. Comparision of Lanczos and Conjugate Gradients for the Element—By—Element Solution of Finite Element Equations on the IBM 3090 Vector Computer. *Comput. Struc.*, 1991, **39** (1/2): 47—55.
- [12] Wu C H. A Multicolour SOR Method for the Finite Element Method. *J. Computa., Appl. Math.*, 1990, **30** (1): 283—294.
- [13] Ou R, Folton R E. An Investigation of Parallel Numerical Integration methods for Nonlinear Dynamics. *Comput. Struc.*, 1988, (1/2): 403—409.
- [14] Chiang K N, Fulton R E. Structural Dynamics Methods for Concurrent Processing Computers. *Comput. Struc.*, 1990, **36** (6): 1931—1037.
- [15] Smolinski P. Parallel Multi-Time Step Integration on a Transputer System. *Comput. Struc.*, 1989, **33** (6): 1529—1535.
- [16] Chiang K N, Fulton R E. Parallel Transien Finite Element Analysis. *Comput. Struc.*, 1992, **42** (5): 733—739.
- [17] Bennighof J K, Wu J Y. Parallel Transient Algorithm for Structures with Extended Independent Substructure Computation. *Commun. Appl. Numer. Methods*, 1991, **7** (2): 355—365.
- [18] Luo J C. Analysis of Vibration Mode Shapes on a Memory-Sharing Multiprocessor. *Comput. Struc.*, **45** (3): 481—494.
- [19] Bostic S W, Folton R E. Implementation of the Lanczos Method for Structural Vibration Analysis on a parallel Computer. *Comput. Struc.*, 1987, **25** (93): 399—403.
- [20] 张汝清, 胡宁. 并行计算结构力学论文集, (内部报告) 1993, 5.
- [21] 周树荃, 高科华. 解结构动力问题的半隐式 Runge-Kutta 型并行直接积分法. *计算物理*, 1992, **9** (2): 133—138.
- [22] 周树荃. EBE 策略在有限元结构分析并行计算方面的应用. 全国第四届并行算法学术会议论文集, 北京, 航空工业出版社, 1993: 43—49.
- [23] 王彦贤. 有限元结构分析在 MIMD 计算机上的并行直接解法. *计算数学*, 1991, (4): 434—438.
- [24] 朱金福, 乔新. 多 Transputer 系统上的并行有限元迭代法. *数值计算与计算机应用*, 1993, **3**: 192—199.
- [25] 姚坚等. 并行算法及其在弹性圆拱动力分析中的应用. *计算力学理论与进展*, 北京, 科学出版社, 1992: 284—287.

PARALLEL COMPUTATION ENVIRONMENT AND PARALLEL ALGORITHM FOR FINITE ELEMENT ANALYSIS

Li Xiaomei

(Science and Technology University for National Defence, Changsha 410073)

Cheng Jiangang Li Mingrui

(Beijing Agricultural Engineering University, Beijing 100083)

Abstract The latest achievements about parallel computer hardware and software are presented. The status and trends of parallel algorithm for finite element analysis are discussed, and several suggestions of doing further researches in homeland are proposed.

Key words Supercomputer, Parallel computing, Finite element analysis, Parallel algorithm